

25.5.20

P.G. II Sem.

# उत्पाद खर्चा प्रमेय (Product Exhaustion Theorem) or Euler's Theorem

वितरण के सीमान्त उत्पादकता सिद्धान्त के अनुसार प्रत्येक उत्पत्ति के साधन को उसकी सीमान्त उत्पादकता के आधार पर पुरस्कार दिया जाता है।

प्रो. विकस्टीड (Wicksteed) ने अपनी पुस्तिका 'The Coordination of the laws of Distribution' में एक समस्या की ओर ध्यान आकृष्ट किया। उनके अनुसार, यदि प्रत्येक साधन को उसकी सीमान्त उत्पादकता के बराबर पुरस्कार दिया जाता है तो सम्पूर्ण उत्पादन समाप्त हो जाएगा तथा कुछ में अतिरिक्त शेष नहीं बचेगा। प्रो. विकस्टीड ने इस समस्या को "उत्पाद समाप्ति की समस्या" (Product Exhaustion Problem) बताया। प्रो. विकस्टीड ने यह सिद्ध करने के लिए, कि 'प्रत्येक साधन की सीमान्त उत्पादकता के बराबर किया गया भुगतान कुल - उत्पाद को पूर्णरूप में परिमार्ज कर देता है' सिद्धार्लैण्ड के गणितज्ञ लैन्हार्ड यूलर (Lemhard Euler) द्वारा बनायी गयी यूलर प्रमेय (Euler's theorem) का प्रयोग किया।

यूलर प्रमेय की सहजता से यह दिखाया गया कि यदि उत्पादन फलन कोब डगलस की प्रकृति का है तब प्रत्येक उत्पत्ति के साधन को उसकी सीमान्त उत्पादकता के बराबर भुगतान देने पर, सम्पूर्ण उत्पादन परिमार्ज

हो जायेगा।

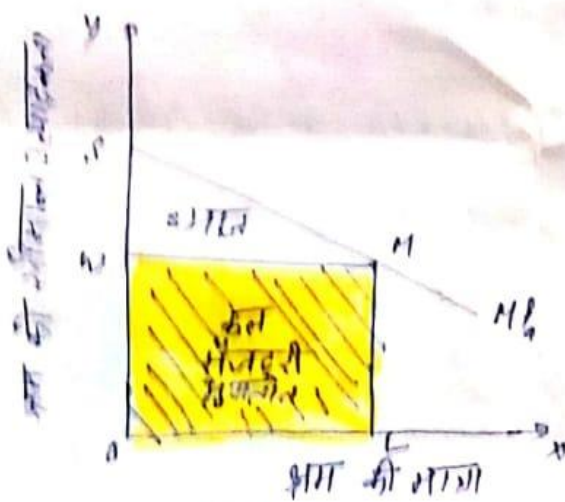
शुद्ध प्रयोग निम्नलिखित मापदण्डों पर आधारित है:

1. उत्पादन फलन प्रयोग कोटि का समरूप फलन होना है अर्थात् पैमाने का प्रक्षेपण स्थिर होना है।
2. उत्पादन के आधन पूर्णतया विभाज्य होता है।
3. उत्पादन के आधन पूरक होते हैं।
4. पूर्ण प्रतिप्रौचितता की दशा विद्यमान रहता है।
5. यह समस्या दीर्घकालीन है।

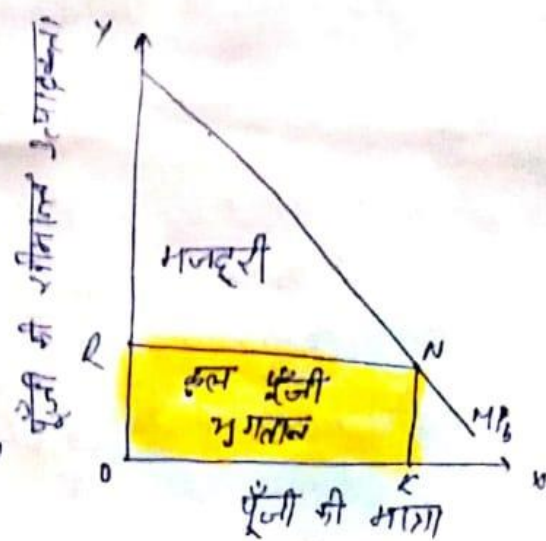
समस्या की व्याख्या (Explanation of the Problem)

समस्या को स्पष्ट करने के लिए हम यह मान लेते हैं कि उत्पादन फलन में केवल दो उत्पादन के आधन हम खर्च करेंगे ही सम्मिलित हैं। चित्र 10 तथा 11 में हम खर्च करेंगे को क्रमशः a तथा b द्वारा दिखाया गया है। एक आधन की सीमित उत्पादकता को ज्ञान करने के लिए उसी मात्रा में परिवर्तन किया जाता है जबकि अन्य आधनों की मात्रा स्थिर रहती है। परिवर्तनशील आधन का पुरस्कार उसके सीमित उत्पादन के बराबर होता है तथा स्थिर आधन का पुरस्कार उस अतिरिक्त (Surplus) के बराबर होता है जो परिवर्तनशील आधन को उसकी सीमित उत्पादकता के बराबर भुगतान कर देने के बाद कुल उत्पादन में से शेष बचता है।

चित्र 10 में पूँजी को स्थिर मानते हुए परिवर्तनीय  
 आबन्धन भ्रम व सी इकाइयों को  $X$ -अक्ष पर दिखाया  
 गया है। जब भ्रम की  $OL$  मात्राओं का प्रयोग किया जाता  
 है, तब इस आबन्धन भ्रम पर सीमित उत्पादकता  $LM$  है जिसके  
 बिना  $OM$  मजदूरी विवर्धित होती है। कुल मजदूरी  
 भुगतान (Total wage bill)  $OL$ ,  $MN$  क्षेत्र द्वारा प्रदर्शित  
 किया गया है। कुल मजदूरी का भुगतान करने के बाद शेष  
 उत्पाद  $MPM$  क्षेत्र के बराबर कुल भुगतान पूँजी को  $OM$  का  
 रूप में प्राप्त होगा। इस प्रकार भ्रम और पूँजी की  
 इसका पुनर्भार देने के बाद कुल उत्पाद समाप्त हो जाता है।



चित्र 10.



चित्र 11.

चित्र 11 में भ्रम की मात्रा को स्थिर मानते हुए परिवर्तनीय  
 आबन्धन पूँजी की मात्रा को  $X$ -अक्ष पर दिखाया गया है। पूँजी  
 की  $OR$  मात्रा का प्रयोग करने पर पूँजी की सीमित उत्पादकता  
 $NR$ , पूँजी की कीमत (अर्थात्  $OM$ )  $OR$  के बराबर है।  
 पूँजी का कुल भुगतान  $ORNR$  क्षेत्र के बराबर होगा।

शेष उत्पाद TRN भ्रम को अगली सीढ़ी के भुगतान के रूप में  
पाया जाएगा।

अह सिद्ध करने के लिए, कि भ्रम एवं पूँजी को उबकी सीढ़ी  
उत्पादकताओं के बराबर भुगतान देने पर सम्पूर्ण उत्पाद समाप्त  
हो जायेगा, हमें अह सिद्ध करना पड़ेगा कि पित्र 10 का  
OLMW क्षेत्रफल पित्र 11 के TRN क्षेत्रफल के बराबर है तथा  
पित्र 10 का SWM क्षेत्रफल पित्र 11 के क्षेत्रफल OLMW के बराबर  
है। अह विश्लेषण एक उदाहरण मात्र है, समस्या को सिद्ध  
नहीं करता।